සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved
AL/ 2023/10/S-I

10	S	I

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය (නව විෂය නිර්දේශය)
General Certificate (Adv. Level) Examination (New Syllabus)

අනාවරණ පරීක්ෂණය - 2023

13 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය - I
Combined Mathematics - I

පැය 03
03 hours
(අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10)

විභාග අංකය								ශ්‍රේණිය	

නම	

අයදුම්කරුවන් සඳහා උපදෙස් :-

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B** කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
* **A** කොටස :
  සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
* **B** කොටස :
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A** කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, **B** කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාරදෙන්න.
* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංකය		
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ	1.	
	2.	
අධීක්ෂණය කළේ		

23' AL API (PAPERS GROUP)

A කොටස

★ ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

01. සියලු $n \in z^{+}$ සඳහා $f(n) = 3^{2n+2} - 8n - 9$ යන්න හැමවිටම 64 න් බෙදෙන බව ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයෙන් සාධනය කරන්න.

23' AL API (PAPERS GROUP)

02. එකම රූපසටහනක $y = |3 - |x+2||$ හා $y = |x + 1|$ ප්‍රස්තාර වල දළ සටහන් අඳින්න. එනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $|3 - |x+2|| > |x + 1|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලුම තාත්වික අගයන් සොයන්න.

03. z යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවකි. $|z-2|=2$ හා $|z+2|=4$ මගින් නිරූපිත පථයන් එකම සටහනක අඳින්න. ඒනයින් පථ දෙකේ ඡේදන ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපිත සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න. $|\overline{z}-2|=2$ හා $|\overline{z}+2|=4$ පථවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපිත සංකීර්ණ සංඛ්‍යා අපෝහනය කරන්න. $\overline{z}$ යනු z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ ප්‍රතිබද්ධයයි.

23' AL API (PAPERS GROUP)

04. $n \in z^{+}$ යැයි ගනිමු. $\left(6-\frac{5}{x}\right)(1+x)^{n}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයෙහි x^{n-2} හි සංගුණකය 35 වේ. n හි අගය සොයන්න.

05. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{1 - \cos 3x}\left\{(27+x)^{\frac{1}{3}} - 3\right\} = \frac{2}{81}$ බව පෙන්වන්න.

23' AL API (PAPERS GROUP)

06. වක්‍රයක පරාමිතික සමීකරණය $x = 2t^2$ හා $y = 4t$ මගින් දෙනු ලැබේ. වක්‍රය මත පරාමිතිය t වන ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි අභිලම්බයේ සමීකරණය $tx + y - 4t - 2t^3 = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. t = 1 විට අභිලම්බයේ සමීකරණය අපෝහනය කරන්න. මෙම අභිලම්බය නැවත පරාමිතිය -3 වන ලක්ෂයේ දී වක්‍රය හමුවන බව පෙන්වන්න.

07. $y = (x - 2)^2$ හා $y = 4 - 2x$ ශ්‍රිත වල ප්‍රස්තාර එකම බණ්ඩාංක තලයක අඳින්න. වක්‍ර දෙක මගින් ආවෘත පෙදෙස x අක්ෂය වටා රේඩියන 2π වලින් භ්‍රමණය කළ විට ජනනය වන ඝනවස්තුවේ පරිමාව සොයන්න.

23' AL API (PAPERS GROUP)

08. $\mu \in \mathbb{R}$ ද $\mu \neq 2$ හෝ 3 යැයි ගනිමු. බණ්ඩාංක අක්ෂ සහ $(\mu - 2)x - (\mu - 3)y + 2(\mu + 1) = 0$ සරල රේඛාව මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය වර්ගඒකක 2 ක් වේ. μ හි අගය සොයන්න.

09. $S_1 = x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$ හා $S_2 = x^2 + y^2 - 10x + 4y + 9 = 0$ වෘත්ත දෙක බාහිර ලෙස එකිනෙක ස්පර්ශ වන බව සාධනය කරන්න. S_1 හා S_2 වෘත්ත දෙක ස්පර්ශ වන ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

23' AL API (PAPERS GROUP)

10. $\sin^4 x + \cos^4 x + \sin 2x + b = 0$ නම්, $b \in \mathbb{R}$ සඳහා $-\frac{3}{2} \leq b \leq \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

B කොටස

★ **ප්‍රශ්න පහකට පමණක්** පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $f(x)=ax^2+bx+c\,;\,a,b,c\in\mathbb{R}, a>0$ වේ. $f(x)=0$ හි මූල α හා β යයි ගනිමු.

$(\alpha-1)(\beta-1)$ යන්න a,b,c ඇසුරෙන් සොයන්න. $\frac{1}{\alpha-1}+\frac{1}{\beta-1}=-\frac{(2a+b)}{a+b+c}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\frac{1}{\alpha-1}$ හා $\frac{1}{\beta-1}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

$f(x)$ ශ්‍රිතයේ අවම අගය λ නම්, λ සොයන්න.

එනයින්, $g(x)=(a+b+c)x^2+(2a+b)x+a$ ශ්‍රිතයේ අවම අගය μ අපෝහනය කරන්න.

$\frac{\lambda}{\mu}=\frac{a+b+c}{a}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x)=x^4+ax^3+bx^2-10x+4$ යයි ගනිමු. $(x-1)$, $f(x)$ හි සාධකයකි. $(x+1)$ න් $f(x)$ බෙදූවිට ශේෂය 28 වේ. a,b සොයන්න. $f(x)$ හි සාධක සොයා $f(x)\geq 0$ බව අපෝහනය කරන්න.

23' AL API (PAPERS GROUP)

12. (a) පාසලක 12 ශ්‍රේණියේ A හා B පන්ති දෙකකින් ගැහැනු ළමුන් හා පිරිමි ළමුන් පිළිවෙලින් 3, 3 හා 4, 7 වන අයුරින් ඇතුළත් සංචිතයක් ඇත. මෙම සංචිතයෙන් සාමාජික සංඛ්‍යාව 5 වන කමිටුවක් තෝරාගත යුතුය. පහත එක් එක් අවස්ථාව සඳහා පත්කල හැකි එකිනෙකට වෙනස් කමිටු ගණන සොයන්න.

i) සංචිතයෙන් ඕනෑම පස්දෙනෙකු තෝරාගත් විට,

ii) ගැහැනු පිරිමි දෙපක්ෂයෙන්ම නියෝජනය වන පරිදි,

iii) A හා B පන්ති දෙකම ඇතුලත් වන පරිදි ඕනෑම 5ක් තෝරාගත් විට,

iv) A හා B පන්ති දෙකම හා ඒ ඒ පන්තියෙන් ගැහැනු පිරිමි දෙපක්ෂයම නියෝජනය වන පරිදි ඕනෑම සාමාජිකයින් 5 දෙනෙක්, ඇතුලත් කමිටු ගණන කියද ?

(b) $r\in z^+$ සඳහා $\frac{4r^2+12r+6}{r(r+1)(r+2)(r+3)}$ යන්න භින්න භාග වලින් දක්වන්න.

$r\in z^+$ සඳහා සංඛ්‍යා ශ්‍රේණියක r වන පදය U_r යන්න $U_r=\frac{2(2r^2+6r+3)}{r(r+1)(r+2)(r+3)}$ බව දී ඇත්නම් $U_r=V_r-V_{r+2}$ වන පරිදි V_r ශ්‍රිතය සොයන්න.

එනයින් $\sum_{r=1}^{n}U_r=\frac{7}{3}-\frac{(2n+3)}{(n+1)(n+2)}-\frac{(2n+5)}{(n+2)(n+3)}$ බව පෙන්වන්න.

මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරීවේද ? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

$\sum_{r=1}^{2n}U_r$ අපෝහනය කර එනයින් $\sum_{r=n+1}^{2n}U_r$ සොයන්න.

13. (a) $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -4 & 1\end{bmatrix}_{2\times 2}$ න්‍යාසයේ ප්‍රතිලෝම න්‍යාසය පවතිදැයි පරීක්ෂාකර, A^{-1} න්‍යාසය ලියා දක්වන්න.

ඒනයින්, $\lambda\in\mathbb{R}-\{0\}$ සඳහා $(\lambda A)^{-1}=\frac{1}{\lambda}A^{-1}$ බව සාධනය කරන්න.

$B=\begin{bmatrix}5 & 6\\ 1 & 0\end{bmatrix}_{2\times 2}$ යැයි දී ඇත. $C=(3A)^{-1}B$ වන පරිදි C න්‍යාසය සොයන්න.

$AC+BC$ න්‍යාසය සොයා, $A+B=DC^{-1}$ වන පරිදි $D_{2\times 2}$ න්‍යාසය සොයන්න.

(b) Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ මාපාංකය හා ප්‍රධාන විස්තාරය ජ්‍යාමිතිකව අර්ථ දක්වන්න.

i) $-|Z| \le \mathrm{Re}(Z) \le |Z|$ බවත්,

ii) Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව හුදෙක් අතාත්වික නම්, $|\mathrm{Arg}(Z)| = \frac{\pi}{2}$ බවත් පෙන්වන්න.

(c) ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය දර්ශකයක් සඳහා ද' මුවාවර් ප්‍රමේයය හා ද්විපද ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

$Z = \cos\theta + i\sin\theta$ නම් n ධන නිඛිලයක් සඳහා $Z^n + \frac{1}{Z^n} = 2\cos n\theta$ සහ $Z^n - \frac{1}{Z^n} = 2i\sin n\theta$ බව පෙන්වන්න.

$\left(Z + \frac{1}{Z}\right)^6$ හා $\left(Z - \frac{1}{Z}\right)^6$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණ සැලකීමෙන් හා ඉහත සාධිත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන්,

i) $16(\cos^6\theta - \sin^6\theta) = \cos 6\theta + 15\cos 2\theta$ බවත්,

ii) $8(\cos^6\theta + \sin^6\theta) = 3\cos 4\theta + 5$ බවත් පෙන්වන්න.

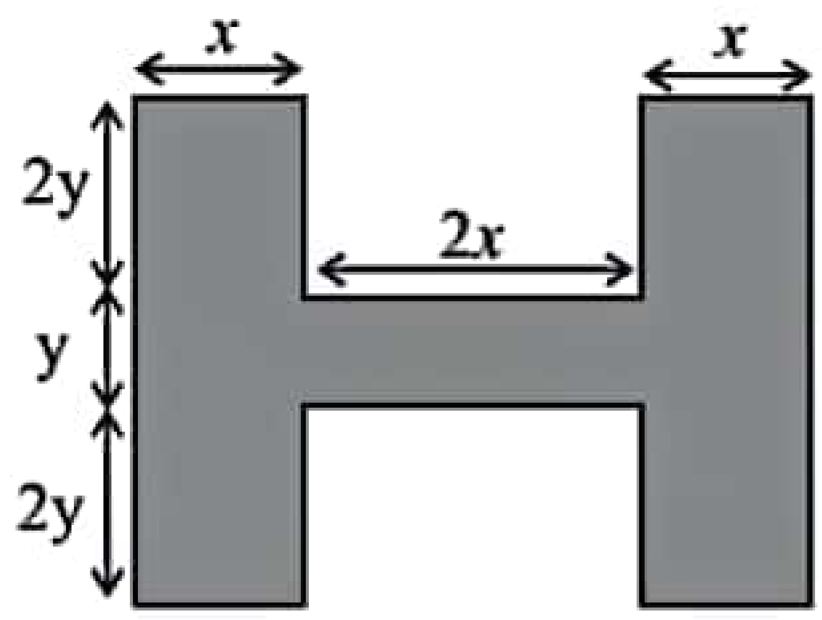
14. (a) $x \neq -1$ සඳහා $f(x) = \frac{(2x+1)(x-2)}{(x+1)^2}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $x \neq -1$ සඳහා $f'(x) = \frac{7x+1}{(x+1)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $f(x)$ හි වැඩිවන ප්‍රාන්තර හා අඩුවන ප්‍රාන්තරය සොයන්න.

$f(x)$ හි හැරුම් ලක්‍ෂයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$x \neq -1$ සඳහා $f''(x) = \frac{2(2-7x)}{(x+1)^4}$ බව දී ඇත. $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) රූපයේ දක්වා ඇත්තේ මල් පාත්තියක හරස්කඩකි. එහි අඳුරුකර ඇති කොටසෙහි මල් වවා ඇත. මල් වවා ඇති කොටසෙහි වර්ගඵලය $144\ m^2$ වේ. රූපයේ x හා y මිනුම් මීටර (m) වලින් දක්වා ඇත.



මල් වවා ඇති කොටසෙහි පරිමිතිය (L)m යන්න $x > 0$ සඳහා $L = \frac{216}{x} + 8x$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

L අවම වන පරිදි x හා y හි අගය සොයන්න.

15. (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $4x^2 + 5x - 2 = A(x+1)(x^2 - x + 1) + B(x^2 - x + 1) + (2x + C)(x+1)^2$ වන පරිදි A, B, C නියත වල අගයන් සොයන්න.

එනයින්, $\frac{4x^2 + 5x - 2}{(x+1)(x^3+1)}$ හි භින්න භාග සොයන්න.

$\int \frac{4x^2 + 5x - 2}{(x+1)(x^3+1)}\, dx$ සොයන්න.

23' AL API (PAPERS GROUP)

(b) $\dfrac{x+\sin 2x}{1+\cos 2x} = \dfrac{x}{2}\sec^2 x + \tan x$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් කොටස් වශයෙන් අනුකලනය උපයෝගී කර ගනිමින් $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{x+\sin 2x}{1+\cos 2x}\,dx = A + B\ ln|C|$ වන පරිදි A, B හා C නියත සොයන්න.

(c) $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ සූත්‍රය පිහිටුවන්න. මෙහි a යනු නියතයකි.

$I = \displaystyle\int_0^{\pi/6} \frac{x \sin 3x \cos 3x}{\sin^4 3x + \cos^4 3x}\,dx$ යැයි ගනිමු. ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $I = \dfrac{\pi}{12}\displaystyle\int_0^{\pi/6} \frac{\sin 3x \cdot \cos 3x}{\sin^4 3x + \cos^4 3x}\,dx$ බව පෙන්වන්න.

$t = \cos 6x$ ආදේශය භාවිතයෙන් $I = \dfrac{\pi^2}{144}$ බව පෙන්වන්න.

16. (a) P යනු $3x+4y-7=0$ මත ලක්ෂ්‍යයක් ද Q හා R යනු $3x+4y-2=0$ මත ලක්ෂ්‍යයක් ද වේ. මෙම ලක්ෂ්‍ය තුන පිහිටා ඇත්තේ $Q\hat{R}P = \dfrac{\pi}{2}$ වන පරිදිය.

PR රේඛාව මත (-2, -3) ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇති අතර PQ රේඛාව $y+3x=0$ රේඛාවට සමාන්තර ද වේ. PQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 1 කි. P හා Q හි ඛණ්ඩාංක නිර්ණය කරන්න. තවද R ලක්ෂ්‍යයට පිහිටුම් දෙකක් තිබිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(b) $A(\cos\alpha, \sin\alpha)$ යනු $x^2+y^2=1$ වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. මෙහි $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ වේ. B යනු A හරහා යන විෂ්කම්භයේ අනෙක් අන්තයයි. C හා D යනු පිළිවෙලින් (1, 0) හා (0, 1) වේ. දික්කල CA හා DB රේඛා P හි දී ඡේදනය වේ. P ලක්ෂ්‍යය අචල වෘත්තයක් මත පිහිටන බව පෙන්වා එහි සමීකරණය සොයන්න.

23' AL API (PAPERS GR

17. (a) sin A, sin B, cos A, cos B පදවලින් sin (A - B) හා cos (A - B) සූත්‍ර ලියා දක්වා

ඒනයින්, $\tan(A-B) \equiv \dfrac{\tan A - \tan B}{1+\tan A \tan B}$ සූත්‍රය ලබාගන්න.

$\tan(A+B)$ සඳහා මෙවැනිම සූත්‍රයක් අපෝහනය කරන්න.

ඒනයින්, $\tan 2\theta + \tan 3\theta \equiv \tan 5\theta(1-\tan 2\theta \tan 3\theta)$ බව පෙන්වා, එම සාධනය සලකමින්,

$\tan 2\theta + \tan 3\theta - \tan 5\theta = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(b) ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සම්මත අංකනය අනුව සයින් සූත්‍රය සාධනය කර කොස් සූත්‍රය අපෝහනය කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB මත C පිහිටන පැත්තේ ABC' ත්‍රිකෝණය ඇඳ ඇත.

$AC' = \dfrac{c}{2}$ හා $C'\hat{A}B = \theta\ (<A)$ යැයි දී ඇත.

$(CC')^2 = b^2 + \dfrac{c^2}{4} - \dfrac{1}{2}(b^2+c^2-a^2)\cos\theta - 2\Delta\sin\theta$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි $\Delta = \dfrac{1}{2}bc\sin A$ වේ.

(c) $\alpha = \sin^{-1}(\cos x)$ හා $\beta = \cos^{-1}(\sin x)$ යැයි ගනිමු.

$\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{2}$ සමීකරණය විසඳන්න.

$x = -\dfrac{3\pi}{4}$ සඳහා α හා β කෝණ සොයන්න.

23, AL API
PAPERS GROUP
The best group in the telegram